ОТЗЫВ ЗАРУБЕЖНОГО НАУЧНОГО КОНСУЛЬТАНТА

на диссертацию докторанта PhD
Восточно-Казахстанского университета имени С.Аманжолова
Мустафиной М.О.

на тему: «**Идентификация граничных условий для дифференциальных уравнений на граф-деревьях**», представленной на соискание ученой степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05401-Математика»

Диссертационная работа Мустафиной М.О. посвящена актуальной и интенсивно развивающейся области современной математической физики — обратным спектральным задачам для дифференциальных операторов на метрических графах, в частности на графах типа звезда и графах-деревьях.

Дифференциальные операторы на квантовых графах играют важную роль в моделировании процессов в нано- и мезоскопических структурах, теории волноводов, механических и электрических сетях. В последние десятилетия особое внимание уделяется обратным спектральным задачам, позволяющим восстанавливать параметры операторов по спектральной информации.

Особую сложность представляют частично обратные задачи, в которых требуется восстановить только часть коэффициентов оператора или граничных условий при наличии ограниченного спектрального набора. Работа Мустафиной М.О. направлена на решение именно такого класса задач — идентификацию граничных коэффициентов и коэффициентов условий согласования на графах-деревьях по конечному набору собственных значений родственных операторов.

Таким образом, выбранная тема является современной, теоретически значимой и востребованной в контексте развития спектральной теории операторов на графах.

Диссертация логично структурирована и состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы.

В первой главе исследуются прямые задачи спектрального анализа для оператора Штурма–Лиувилля на графе-звезде. Получены новые асимптотические формулы собственных значений в случае неодинаковых длин дуг и гладких потенциалов.

Во второй главе изучаются частично обратные задачи спектрального анализа. Автором доказана возможность однозначного восстановления граничных коэффициентов и коэффициентов жесткости по конечному набору собственных значений родственных операторов. Важным является тот факт, что для одного оператора такой результат в общем случае невозможен.

Третья глава посвящена обобщению полученных результатов на графы-деревья. Рассмотрены вопросы связи характеристических определителей при различных условиях согласования.

В четвертой главе исследуются корректно разрешимые задачи для оператора Лапласа–Бельтрами на стратифицированных множествах, состоящих из проколотых окружностей и отрезков, что расширяет область применения разработанных методов.

К основным новым результатам работы относятся:

- получение асимптотических формул собственных значений для случая различных длин дуг графа при ненулевых дифференцируемых потенциалах;
- доказательство однозначной идентификации граничных коэффициентов по конечному числу собственных значений родственных операторов;
- разработка процедуры выбора родственных операторов для восстановления искомых параметров;
- применение аналитических методов теории целых и мероморфных функций для исследования перемежаемости нулей характеристических функций.

Полученные результаты являются новыми и имеют самостоятельную научную ценность.

В работе используются классические и хорошо зарекомендовавшие себя методы функционального анализа, теории дифференциальных уравнений и комплексного анализа. Доказательства корректны, логически последовательны и основаны на строгом математическом аппарате.

Результаты опубликованы в рецензируемых журналах, индексируемых в международных базах данных (Scopus, WoS), что подтверждает их научную состоятельность и актуальность.

Работа носит фундаментальный характер. Разработанные методы могут быть использованы при дальнейшем исследовании обратных задач на графах произвольной топологии, а также при решении прикладных задач, связанных с моделированием колебательных и волновых процессов в сетевых структурах.

Полученные результаты расширяют теорию частично обратных спектральных задач и могут служить основой для дальнейших исследований в данной области.

Диссертационная работа Мустафиной Мергуль Оралбековны «Идентификация граничных условий для дифференциальных уравнений на графах-деревьях» является завершённым научным исследованием, содержащим новые теоретические результаты в области спектральной теории дифференциальных операторов на графах.

Считаю, что диссертационная работа вполне удовлетворяет требованиям к диссертациям, представленным на соискание ученой степени (PhD) доктора философии по специальности математика.

Зарубежный научный консультант,
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры функционального анализа
и программирования
Уфимского университета науки и технологий

Подпись
Удостоверяю «05» 03 2026 г.
Зам.начальника общего отдела УУНиТ
Ильтимбаева Г. Р.